# 第一单元 预备知识

## 基础课01 集合及其运算

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **考点考向** | **课标要求** | **真题印证** | **考频热度** | **核心素养** |
| 集合的基本概念 | 理解 | 2022年全国乙卷（理） | ★★☆ | 逻辑推理  数学运算 |
| 集合的基本关系 | 理解 | 2023年新高考Ⅱ卷 | ★★☆ | 逻辑推理  数学运算 |
| 集合的基本运算 | 理解 | 2023年新高考Ⅰ卷  2022年新高考Ⅰ卷  2022年新高考Ⅱ卷 | ★★★ | 逻辑推理  数学运算 |
| 命题分析预测 | 从近几年高考的情况来看，集合是高考必考内容，一般以选择题的形式出现，试题较为简单.命题热点为集合的基本运算，常结合指数函数、对数函数或不等式进行考查.预计2025年高考命题情况变化不大，但应加强对集合中创新问题的重视 | | | |

### 基础知识·诊断

#### 夯实基础

##### 一、集合的概念

1.集合中元素的三个特征：①确定性、②互异性、③无序性.

2.元素与集合的关系有④属于或⑤不属于两种，用符号⑥ 或⑦ 表示.

3.集合的表示法：⑧列举法、⑨描述法、⑩图示法.

4.常见数集的记法

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 集合 | 自然数集 | 正整数集 | 整数集 | 有理数集 | 实数集 |
| 符号 | ⑪ | ⑫ | ⑬ | ⑭ | ⑮ |

##### 二、集合间的基本关系

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 表示 | | 文字语言 | 符号语言 |
| 集合间的基本关系 | 子集 | 一般地,对于两个集合与,如果集合中的任何一个元素都属于集合 | ⑯或 |
| 真子集 | 对于两个集合A与B,如果集合A是集合B的子集,且集合A⑰不等于集合B | ⑱ 或 |
| 集合相等 | 对于两个集合A与B,如果集合A是集合B的子集,且集合B也是集合A的子集 | ⑲且⑳ |
| 结论 | | 任何一个集合是它本身的子集 |  |
| 若是的子集，是的子集，则是的子集 | ，㉑ |
| 空集是㉒任何集合的子集，是㉓任何非空集合的真子集 | , |

##### 三、集合的基本运算

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 并集 | 交集 | 补集 |
| 图形语言 |  |  |  |
| 符号语言 | ㉔，或 | ㉕，且 | ㉖，且 |

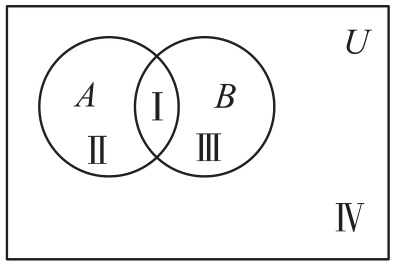
##### 四、集合的运算性质

|  |  |
| --- | --- |
| 交集 | ㉗，,,，  ㉘ ,㉙ |
| 并集 | ㉚，,，，  ㉛，㉜ |
| 补集 | ㉝，㉞， ,  , ㉟ |

###### 知识 拓展

1.若有限集中有个元素，则的子集有个，真子集有个，非空子集有个，非空真子集有个.

2.如图所示，用集合，表示图中Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ四个部分，这四个部分所表示的集合分别是， ， ，.



#### 诊断自测

##### 题组1 走出误区

1. 判一判.（对的打“√”,错的打“×”）

（1） .( × )

（2） 若,则的值为0或1.( × )

（3） .( √ )

（4） 若集合,,则.( × )

2. （易错题）已知集合，,，则.

【**易错点**】忽视导致错误.

[解析]由得，因为，所以，所以.

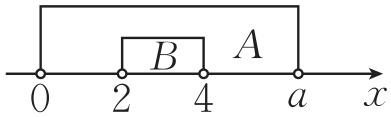
##### 题组2 走进教材

3. （人教A版必修①P14·T1改编）已知集合，，则.

[解析]易知，故.

4. （人教A版必修①P9·T5改编）已知集合，，若，则实数的取值范围是.

[解析]依题意，如图，



由图可知.

##### 题组3 走向高考

5. [2023·新高考Ⅰ卷]已知集合,-1,0,1,，，则( C ).

A. ,-1,0, B. C. D.

[解析]因为或，而,-1,0,1,，所以.故选.

### 考点聚焦·突破

#### 考点一 集合的基本概念［自主练透］

1. [2023·上海卷]已知,，若,，则( A ).

A. B. C. D.

[解析]因为,，,，所以.故选.

2. [2024·黑龙江模拟]已知集合,,，则中元素的个数为( C ).

A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

[解析]由椭圆的性质得,，又,,所以集合,,,,,,,,,,，共有11个元素.故选.

3. （多选题）（原创）已知集合,,，则中的元素有( ABD ).

A. B. C. 0 D.

[解析]由元素的概念易判断选项.故选.

4. [2024·汉中质检]已知集合,,，且给出下列三个关系：；；.若这三个关系有且只有一个正确，则201.

[解析]由题意知，若正确，则错误，即,则,即正确，与“三个关系有且只有一个正确”矛盾；

若正确，则正确，不符合题意；

若正确，则,,，符合题意，

故.



**解决集合基本概念问题的三个关键点**

1.确定构成集合的元素.

2.确定元素的限制条件.

3.根据元素的特征（满足的条件）构造关系式，解决相应问题.含参数的集合问题，求出参数的值后，需要验证集合的元素是否满足互异性.

#### 考点二 集合间的基本关系［师生共研］

典例1（1） [2023·新高考Ⅱ卷]设集合,，,,，若，则( B ).

A. 2 B. 1 C. D.

[解析]依题意，有或.当时，解得,此时,，，不满足；当时，解得,此时，，,0,，满足.故选.

（2） 已知集合,,若,则实数的取值范围为.

[解析]由于,因此,①若 ,则,解得;

②若 ,则解得.

由①②可得,实数的取值范围为.

变式设问 若将本例（1）中的条件“，,”改为“”，其他条件不变，则的取值范围为.

[解析]由，可得

解得

即或.



**判断集合间的基本关系的三种方法**

|  |  |
| --- | --- |
| 列举法 | 根据题中的限定条件把集合元素表示出来，然后比较集合元素的异同，从而找出集合之间的关系 |
| 结构法 | 从元素的结构特点入手，结合通分、化简、变形等技巧，从元素结构上找差异进行判断 |
| 数轴法 | 在同一个数轴上表示出两个集合，比较端点之间的大小关系，从而确定集合与集合之间的关系 |

##### 针对训练

1. [2024· 河南校考]已知集合,，,，,，则，，之间的关系正确的是( A ).

A. B. C. D.

[解析]由题意知，,,，,,，,,，

故集合,均表示被3除余1的数再除以6的数组成的集合，集合表示被6除余1的数再除以6的数组成的集合，所以.故选.

2. 若集合,,且,则实数的取值范围为.

[解析]若 ,则,解得,符合题意;

若,解得,此时,符合题意;

若,解得,此时,,不符合题意.

综上所述,实数的取值范围为.

#### 考点三 集合的基本运算［多维探究］

##### 集合的运算角度1

典例2（1） [2023·全国乙卷]设集合，集合，，则( A ).

A. B. C. D.

[解析]由题意可得，则，正确；

，则 ，错误；

，则或，错误；

或，则 或，错误.故选.

（2） [2023·全国甲卷]设全集，集合,,,，则( A ).

A. , B. ,}

C. , D.

[解析]因为整数集,,,，，所以,}.故选.



**解决集合的基本运算的三个思路**

|  |  |
| --- | --- |
| 化简运算 | 进行集合的基本运算之前要先对其进行化简，化简时要准确把握元素的性质特征，区分数集与点集 |
| 紧扣定义 | 定义是进行集合基本运算的依据，交集的运算要抓住“且”，并集的运算要抓住“或”，补集的运算要抓住“非” |
| 数形结合 | 离散型数集或抽象集合间的运算，常借助图求解；连续型数集的运算，常借助数轴求解 |

##### 由集合的基本运算求参数的值（范围）角度2

典例3（1） [2024·四川预测]设集合，，，若集合中恰好含有2个元素，则实数的取值范围为( B ).

A. B. C. D.

[解析]，，，，

因为集合中恰好含有2个元素，所以.故选.

（2） [2024·湖北模拟]已知集合，，若，则实数的取值范围是( A ).

A. B. C. D.

[解析]由题意知，，若，则.故选.



**集合中求参问题的四个注意点**

1.注意两个转化

;.

2.注意空集的特殊性

（1）若，则分 和 两类进行讨论.

（2）若 ,则集合,可能的情况有：

,均为空集；与中只有一个空集；,均为非空集但无公共元素.

3.注意结合数轴分析端点值的大小.

4.注意对结果进行检验，避免集合中元素重复.

##### 多维训练

1. [2023·天津卷]已知集合,,，则( A ).

A. B. C. D.

[解析]因为,,，所以，.

故选.

2. 已知集合,.若,且 ,则1.

[解析]由题意知,,,若,且 ,则,解得.

#### 考点四 集合中的新定义问题［师生共研］

典例4 [2024·宜春模拟]已知非空集合，且满足如下性质：若，，则；若，则.称这样的集合为一个“群”.以下叙述正确的个数为( C ).

①若为一个“群”，则必为无限集；

②若为一个“群”，且，，则；

③若，都是“群”，则必定是“群”；

④若，都是“群”，且，，则必定不是“群”.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

[解析]对于①，设集合,0,，显然,,，符合“群”的性质，因此集合,0,是一个“群”，但是它是有限集，故①不正确；

对于②，根据“群”的性质，由可得，因此可得，故②正确；

对于③，设，若，一定有,，因为，都是“群”，所以,，因此，若，则,，，故③正确；

对于④，因为，，一定存在且，且，所以且，所以，故④正确.故选.



**解决集合新定义问题的关键**

解决新定义问题时，一定要读懂新定义的本质含义，紧扣题目所给定义并结合要求进行恰当转化，切忌同已有概念或定义相混淆.

##### 针对训练

[2024·上海模拟]已知集合,,,且，定义集合,，,，，2，3，，，给出下列说法：，，.其中所有正确说法的序号是( D ).

A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

[解析]集合,,,且，

因为，所以中也包含四个元素，即,,,，且，.

对于①，由得，故①正确；

对于②，由得，故②正确；

对于③，由得，故③正确.

故选.

### 拓展教材 深度学习

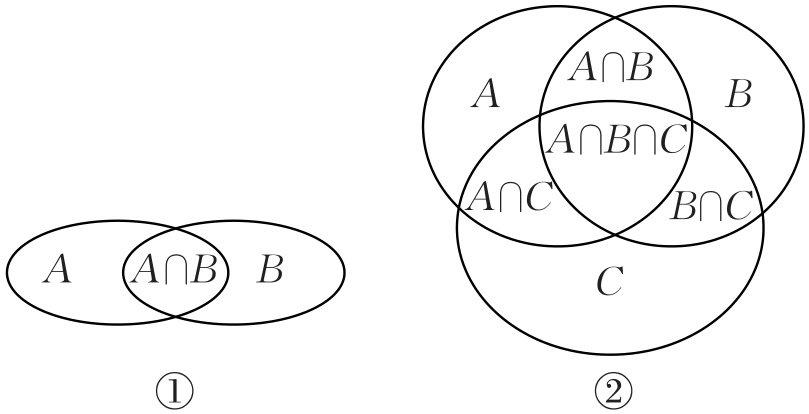
**容斥原理**

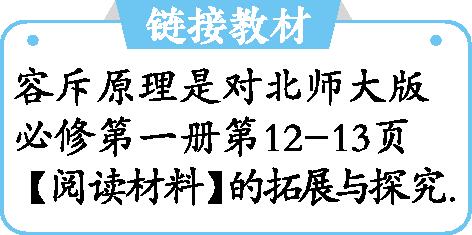
若用表示有限集合中元素的个数，则有如下结论：

（1）;

（2）.

以上结论称为容斥原理.用图解释，如图所示：

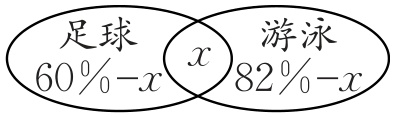




典例 某中学的学生积极参加体育锻炼,其中有的学生喜欢足球或游泳,的学生喜欢足球,的学生喜欢游泳,则该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例是( C ).

A. B. C. D.

[解析]用图表示该中学喜欢足球和游泳的学生所占比例之间的关系,如图.设既喜欢足球又喜欢游泳的学生占该中学学生总数的比例为，由容斥原理得，解得.故选.



深度训练 某年级先后举办了语文、数学、英语的讲座，其中有95人听了语文讲座，80人听了数学讲座，71人听了英语讲座，26人既听了语文讲座又听了数学讲座，22人既听了语文讲座又听了英语讲座，19人既听了数学讲座又听了英语讲座，还有15人听了全部讲座，则听了讲座的人数为194.

[解析]设听了讲座的人数为，则由容斥原理可得，.

也可将已知条件用图表示，如图所示，易得出结果.

